

Движение двухкомпонентной жидкости между подвижными пористыми поверхностями

Кузьменко Н.Е., Кизилова Н.Н.

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина

e-mail: Kuzmenko_n@i.ua

В докладе представлено решение модельной задачи о сжатии слоя двухкомпонентной жидкости между пористыми дисками с учетом фазового перехода жидкость-гель. Получены соотношения, связывающие скорость сближения дисков, вязкость раствора и толщину слоя геля с величиной сжимающей нагрузки.

Рассматривается модель синовиального сустава, состоящая из жестких дисков (кость), покрытых со стороны контактирующих поверхностей слоем пористого материала (хрящ). Между слоями находится синовия – водный раствор гиалуроновой кислоты (ГК), который выполняет функции смазки в суставах. Под действием нагрузки вода проникает в пористый материал, поры которого не пропускают молекулы ГК. В результате в пограничном слое концентрация ГК возрастает и при достижении критического значения раствор переходит из жидкого состояния в гель. Вода из внутреннего жидкого слоя может фильтроваться через слой геля в пористый материал, что приводит к увеличению толщины геля, который препятствует контакту твердых поверхностей и появлению сухого трения, травмирующего суставы.

В случае однородной вязкой жидкости задача о пространственном движении жидкости между параллельными поверхностями имеет аналитическое решение [1]. Для случая пористых поверхностей решение задачи может быть получено в рамках модели гидродинамической теории смазки [2]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial}{\partial z} u_z = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\mu(C)r}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right], \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 2 \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(C)r \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial r} = \frac{\mu_0 r}{2k_1} \frac{\partial W_1}{\partial z}, \quad \frac{\partial P_1}{\partial z} = -\frac{\mu_0}{k_1} (W_1 - h) \text{ при } h - \delta < z < h \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu_0 r}{2k} \frac{\partial W}{\partial z}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\mu_0}{k} (W - h) \text{ при } h < z < h + h_w \quad (5)$$

где h , δ , h_w - толщины слоев жидкости, геля и пористого слоя соответственно, а функция скорости имеет вид:

$$u_z = \begin{cases} w(z, t), & z \in [0, h - \delta] \\ W_1(z, t), & z \in [h - \delta, h] \\ W(z, t), & z \in [h, h + h_w] \end{cases} \quad (6)$$

Решение задачи (1)-(5) было получено в виде (6) при условии, что отношение начального расстояния между дисками к их продольному размеру мало. Получены выражения для концентрации ГК, скорости течения и давления в жидкости. Проведены численные расчеты при вариации значений параметров задачи в соответствии физиологическими значениями в норме и при патологиях, связанных с изменением проницаемости хряща, начальной концентрации ГК и вязкости синови.

Литература:

1. Лойцянский Л. Г. «Механика жидкости и газа» М.Наука 1978. с.
2. Регирер С.А. Сжатие слоя раствора между двумя фильтрующими стенками. // Проблемы современной биомеханики. Ч.1. М.: Изд-во МГУ. – 1983. – С.139-145.